

江西师范大学 2017 年全日制硕士研究生入学考试试题

(B 卷)

专业: 071400 统计学 科目: 高等数学 (统计学方向) 860
注: 考生答题时, 请写在考点下发的答题纸上, 写在本试题纸或其他答题纸上的一律无效。

(本试题共 1 页)

一、(15 分) 求下列极限

1、(6 分) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos(\sin x)}{x^2}$

2、(9 分) $\lim_{t \rightarrow 0} (\sin 2t + \cos t)^{\frac{1}{t}}$

二、(15 分) 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 连续, 且 $f(x) < 1$, 证明方程 $2e^x - \int_0^x f(t)dt = 3$ 在 $(0,1)$ 上有唯一解。

三、(15 分) 设 $f(x)$ 可微且满足等式 $\int_0^x (2f(t)+1)dt = f(x)-1$, 求 $f(x)$ 。

四、(15 分) 求直线 $l: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ 在平面 $\pi: x-y+2z=1$ 上的投影直线 l_0 的方程。

五、(15 分) 设函数 $u = f(xy, g(x+y))$, 其中 $f(\alpha, \beta)$ 具有二阶连续偏导数, $g(\xi)$ 二阶可导, 求 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ 。

六、(15 分) 设平面曲线 L 为 $x = |\sin 2y|$ 从点 $O(0,0)$ 到点 $A(0,\pi)$ 的一段有向弧, 计算曲线积分 $I = \int_L (x-y)dx + (y-x)dy$ 。

七、(15 分) 设 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上连续, 求证:

$$\int_0^2 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{\sqrt{2x}} f(y)dy = \int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) f(x)dx。$$

八、(15 分) 求二阶非齐次微分方程 $y'' - 6y' + 9y = \sin 3x$ 的通解。

九、(15 分) 将函数 $\frac{1}{x^2 + 4x + 3}$ 展开成 $x-1$ 的幂级数, 并求其收敛域。

十、(15 分) 设 $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}$, 求 $\iiint_{\Omega} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} dx dy dz$ 。