

江西师范大学 2016 年硕士研究生入学考试试题 (B 卷)

专业: 070100 数学、071400 统计学、0701Z1 决策学 科目: 高等代数
注: 考生答题时, 请写在考点下发的答题纸上, 写在本试题纸或其他答题纸上的一律无效。

(本试题共 2 页)

一、填空题(每小题 6 分, 共 48 分)

- 1、当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $(x-1)^2$ 整除多项式 $3x^3 - 6x^2 + ax + b$.
- 2、元素为 0 或为 1 的三级行列式的值只能是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 3、线性方程组 $x_1 - x_2 = a_1, x_2 - x_3 = a_2, x_3 - x_4 = a_3, x_4 - x_5 = a_4, x_5 - x_1 = a_5$ 有解的充要条件为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 4、设 4 级方阵 A 的秩为 2, 则其伴随矩阵 A^* 的秩为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 5、二次型 $f(x_1, x_2) = X' \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X$ 的矩阵是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 6、设向量组 $\alpha_1 = (a, 0, c), \alpha_2 = (b, c, 0), \alpha_3 = (0, a, b)$ 线性无关, 则 a, b, c 必满足关系式 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 7、矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ 的非零特征值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 8、设复矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ a & 2 & 0 \\ b & c & 1 \end{pmatrix}$, 则 A 的 Jordan 标准型的可能形式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、(17 分) k 为何值时, 多项式 $f(x) = x^3 - 3x + k$ 有重根.

三、(17 分) 求 n 级行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 7 & 5 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 5 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 7 & 5 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 2 & 7 \end{vmatrix}$ 的值.

四、(17分) 设 A 是 n 级方阵, 证明: 存在一个 n 级非零方阵 B 使得 $AB=0$ 的充要条件是 $|A|=0$.

五、(17分) 设 G, H, K 为线性空间 V 的子空间, 证明:

$$G \cap (G \cap H + K) = G \cap H + G \cap K.$$

六、(17分) 证明: 如果线性空间 V 的线性变换 σ 以 V 中每个非零向量作为它的特征向量, 那么 σ 是数乘变换.

七、(17分) 设 σ 为欧氏空间 V 的线性变换, 证明: σ 是正交变换的充要条件是 σ 保持 V 中任意两向量 α 与 β 间的距离不变, 即

$$|\sigma\alpha - \sigma\beta| = |\alpha - \beta| \quad \forall \alpha, \beta \in V.$$