

江西师范大学 2016 年全日制硕士研究生入学考试试题

(B 卷)

专业: 070100 数学、071400 统计学、0701Z1 决策学 科目: 数学分析

注: 考生答题时, 请写在考点下发的答题纸上, 写在本试题纸或其他答题纸上的一律无效。

(本试题共 2 页)

一、填空题: (每小题 5 分, 共 30 分)

1、幂级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} (1 + \frac{1}{n})^{2n^2} x^n$ 的收敛域是: _____.

2、函数 $f(x, y) = \sin x \sin y \sin(x + y)$ 在 $D = \{(x, y) | 0 \leq x, y, x + y \leq \pi\}$ 的最大值是: _____, 最小值是: _____.

3、设 $M = \{x | 0 < x^3 < 2\}$, 则 $\sup M =$ _____, $\inf M =$ _____.

4、设 $D = \{(x, y) | y^2 + x^2 \leq 1, x \text{ 为 } (0, 1) \text{ 内的无理数}\}$, 则 $\bar{D} =$ _____.

5、已知 $F(x) = \int_0^1 k(x, y)v(y)dy$, $x \in [0, 1]$, 其中 $k(x, y) = \begin{cases} x(1-y), & x \leq y; \\ y(1-x), & x > y. \end{cases}$ $v(x)$ 在 $[0, 1]$

上连续, 则 $F''(x) =$ _____.

6、反常积分 $\int_0^1 (\ln \frac{1}{x})^4 dx =$ _____.

二、计算题: (每小题 10 分, 共 30 分)

1、求极限: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - e^{-2x^2}}{x^4}$.

2、求椭球体: $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \leq 1$ 的体积.

3、计算曲面积分: $I = \iint_S xz dx dy$, 其中 S 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的第一, 五卦限部分, 并取球面外侧面.

三、证明题（每小题 15 分，共 90 分）

1、求证：函数 $f(x, y) = \frac{xy^2}{2x^2 + y^4}$ 在 $(0, 0)$ 点两个不同顺序的累次极限存在且相等，但是在

$(0, 0)$ 点重极限不存在。

2、用 $\varepsilon - \delta$ 语言证明： $\lim_{(x, y) \rightarrow (1, 1)} \frac{xy}{2x + y} = \frac{1}{3}$ 。

3、求证：无穷限反常积分 $\int_1^{+\infty} \frac{\cos 3x}{\sqrt{2x}} dx$ 是条件收敛。

4、设 $\{a_n\}$ 为一数列， c, r 为定数，且 $0 < r < 1$ ，若： $|a_{n+1} - a_n| \leq cr^{\frac{n}{2}}$ ，求证：数列 $\{a_n\}$ 收敛。

5、至少用两种方法求证： $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx = \ln \frac{b}{a}$ ，其中 $a > 0, b > 0$ 。

6、设函数 $f(x, y)$ 在 $[a, b] \times [c, d]$ 上连续，求证： $g(u, y) = \int_a^u f(x, y) dx$ 在 $[a, b] \times [c, d]$ 上连续，且有关于 u 的连续的偏导数。