

江西师范大学 2016 年全日制硕士研究生入学考试试题

(B 卷)

专业: 045104 学科教学(数学) 科目: 823 高等数学

注: 考生答题时, 请写在考点下发的答题纸上, 写在本试题纸或其他答题纸上一律无效。

(本试题共 1 页)

以下大题, 每题 15 分, 共计 150 分。

一、计算下列各题:

$$(1)、\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \sin \frac{1}{x}}{\sin 3x^2};$$

$$(2)、\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^x$$

$$(3) \int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx$$

二、设 $x_n = (1 + \frac{1}{n})^n$, 试证明: 数列 $\{x_n\}$ 是单调有界的。

三、设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$, 试确定 a 、 b 的值, 使 $f(x)$ 在点 $x=1$ 处可导。

四、证明: 如果函数 $y=f(x)$ 在点 x 处可导, 则函数在该点必连续; 反之, 若一个函数在某点连续却不一定在该点处可导。

五、如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 在开区间 (a, b) 内可导, 那么在 (a, b) 内至少有一点 $\xi (a < \xi < b)$, 使得等式: $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$ 成立。

六、一平面通过两点 $M_1(1, 1, 1)$ 和 $M_2(0, 1, -1)$ 且垂直于平面 $x + y + z = 0$, 求它的方程。

七、求微分方程: $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x + y^4}$ 的通解

八、过抛物线上 $y = x^2$ 的一点 (a, a^2) 做切线, 确定 a 使得该切线与另一抛物线 $y = -x^2 + 4x - 1$ 所围成的图形面积最小, 并求出最小面积的值。

九、计算 $\iiint_{\Omega} \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \right) dx dy dz$, 其中 Ω 由曲面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 所围的区域。

十、将函数 $M(x) = \begin{cases} \frac{px}{2} & 0 \leq x < \frac{l}{2} \\ \frac{p(l-x)}{2} & \frac{l}{2} \leq x \leq l \end{cases}$ 展开成正弦级数。