

华南理工大学
2018年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

(试卷上做答无效,请在答题纸上做答,试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 数学分析

适用专业: 基础数学; 计算数学; 概率论与数理统计; 应用数学; 运筹学与控制论

共 2 页

1. (12分) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x dy \int_0^y \arctan t dt}{x(1 - \cos x)}$.
2. (12分) 计算 $\int_l xy^2 dx - x^2 y dy$, 其中 l 为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 方向为逆时针.
3. (12分) 计算 $\iiint_S xz dy dz + (x^2 - z)y dx dz - x^2 z dx dy$, 其中 S 是 $x^2 + y^2 = 4z$ ($0 \leq z \leq 1$) 的下侧.
4. (12分) 试在变换 $u = x + y, v = x - y$ 及 $z = w - 2xy$ 下, 将方程 $z_{xx} + 2z_{xy} + z_{yy} = 0$ 变成 $w = w(u, v)$ 满足的方程.
5. (12分) 设 $I = \iiint_{\Omega} (x + y - z + 10) dx dy dz$, 其中 Ω 是 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ 的内部区域, 试证 $28\sqrt{3}\pi \leq I \leq 52\sqrt{3}\pi$.
6. (12分) 在曲面 $z - 2xy = 0$ 上找一点, 使这点的法线垂直于平面 $x + 2y + 3z + 4 = 0$, 并写出此法线方程.

7. (13分) 求曲线 $x^2 + xy + y^2 + 2x - 2y - 12 = 0$ 上的点到原点的距离之极值.

8. (13分) 计算 $\int_0^{\pi} \ln(2 + \cos x) dx$.

9. (13分) 设对任意 $x \in [a, b], u_n(x) \geq u_{n+1}(x) > 0$ 且 $\{u_n(x)\}$ 收敛于零, 并且对每个 n , 函数 $u_n(x)$ 都在 $[a, b]$ 上单调递增, 试证 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n(x)$ 在 $[a, b]$ 上一致收敛.

10. (13分) 设 $\{f_n(x)\}$ 是有界闭区间 $[a, b]$ 上的连续函数列, 且 $f_n(x) \geq f_{n+1}(x)$ 及 $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上处处存在, 试证 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上必有最大值.

11. (13分) 设函数 f 在点 (x_0, y_0) 的某个邻域中有连续偏导数 f_y , 在该点存在偏导数 f_x , 试证 f 在该点可微.

12. (13分) 设非负函数列 $\{f_n(x)\}$ 中的每个 $f_n(x)$ 在 $[0, 1]$ 上有界可积, 且对任意 $c \in (0, 1)$, $f_n(x)$ 在 $[c, 1]$ 上一致趋于零, 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx = 1$, 试证

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{f_n(x) \sin 2x}{x} dx = 2.$$