中 山 大 学

2017 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：681

科目名称：数学分析(A)

考试时间：2016 年 12 月 25 日 上午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分!答题要写清题号，不必抄题。

1. （20 分）求以下极限

(1.1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\int_0^x(\arctan t)^2dt}{\sqrt{1+x^2}}$

(1.2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n^2+1^2}+\dfrac{n}{n^2+2^2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n^2}\right)$

2. （20 分）求以下积分

(2.1) $\int e^{-x}\cos x dx$　　(2.2) $\int_0^1\sqrt{2-x^2}dx$

3. （10 分）求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(n!)^2}{(2n)!}x^n$ 的收敛域.

4. （10 分）求级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(n+1)}{2^n}$ 的和.

5. （15 分）计算积分 $\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-x^2}dx$.

6. （15 分）证明不等式：

$$1-x<e^{-x}<1-x+\frac{x^2}{2},\ 0<x<1.$$

7. （15分）利用实数的基本定理（如确界原理，闭区间套原理，紧致性原理，有限覆盖定理等）证明闭区间上连续函数的介值定理，即证明若$f(x)$在$[0,1]$连续，$f(0)<0$且$f(1)>0$，则必存在$x\in(0,1)$使得$f(x)=0$.

8. **（15 分）** 证明：函数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n}$在$x\in(-1,1)$上连续。

9. **（15 分）** 求曲线积分：

$$\oint_L \frac{xdy-ydx}{x^2+y^2}$$

其中L为任意一条绕原点的逐段光滑简单闭曲线,方向为正向。

10. **（15分）** 设平面$\mathbf{R}^2$上函数$f(x,y)$关于x连续，关于y的偏导存在且在$\mathbf{R}^2$上有界。求证：$f(x,y)$在$\mathbf{R}^2$上连续。